

《高等数学》课程教学大纲

一、课程基本信息

- 1.课程名称：高等数学
- 2.课程代码：00GB12-13
- 3.课程性质：学科基础课
- 4.课程学时：136 学时
- 5.课程学分：8 学分
- 6.开课学期：第 1-2 学期
- 7.先修课程：
- 8.后续课程：《线性代数》、《概率论与数理统计》
- 9.适用专业：非数学专业本科生
- 10.课程简介：

本课程是高等院校理工科专业的一门重要的基础课程，是为培养地方性高级应用型复合人才服务的，为后续课程的学习打下一个坚实的基础，以适应培养应用型人才的需要。通过本课程的学习，要使学生系统地获得微积分、向量代数与空间解析几何、微分方程的基本知识；对必要的基础理论有清晰的理解，对常用的基本运算方法能熟练掌握；培养学生对数学问题的抽象思维能力、逻辑推理能力、几何直观和空间想象能力，从而使学生受到数学思维方法和运用这些方法解决几何、力学、电磁学和物理学等实际问题的初步训练，为提高学生的科学素质以及学习后续课程和进一步扩大知识面奠定必要的数学基础。

10.选用教材：《高等数学》同济大学主编，高等教育出版社，
2019 年 12 月

11.参考资料:

《高等数学习题全解》，同济大学编，高等教育出版社，2014.07

《高等数学》，张天德编，人民邮电出版社，2020.05

《高等数学》，方桂英、崔克俭编，科学出版社，2019.09

二、课程教学目标

（一）理论方面

本课程主要包括微积分学、微分方程、向量代数与空间解析几何三大部分。

教学目标 1：微积分学包括一元函数的极限、连续、导数、微分及其应用、多元函数的极限、连续、偏导数、微分及其应用、不定积分、定积分、重积分、曲线积分、曲面积分、无穷级数等。

教学目标 2：微分方程部分包括简单一阶、二阶方程的求解、高阶常系数线性方程的求解。

教学目标 3：向量代数与空间解析几何部分包括向量的代数运算、平面方程、直线方程、空间曲面及其方程。

（二）技术技能方面

教学目标 1：通过课程学习和各个教学环节，使学生具有良好的思想道德素质，有明确的政治方向、科学的世界观、人生观和社会主义核心价值观；有良好的职业道德、敬业精神和高度的社会责任感，有诚信意识和团队精神。

教学目标 2：通过了解微积分的起源、现状与发展趋势，深刻认识极限的思想和方法，弄清不变与变、有限与无限、特殊与一般、抽象与具体的内在关系，使学生具有追求科学、真理的精神、数学情操和对新知识新技术的敏锐性。

教学目标 3：培养学生对数学问题的抽象思维能力、逻辑推理能力、几何直观和空间想象能力。逐步培养学生自觉的用数学思维来观察问题、思考问题、分析问题和解决问题的能力。

教学目标 4：逐步培养学生自学能力和创新能力，为学习后续课程和进一步扩大数学知识奠定必要的基本能力。

三、课程学时分配

章	内 容	学 时：137	
		理论	实践
一	函数与极限	16	
二	导数与微分	10	
三	微分中值定理与导数的应用	12	
四	不定积分	10	
五	定积分	8	
六	定积分的应用	8	
七	微分方程	14	
八	空间解析几何与向量代数	14	
九	多元函数微分法及其应用	14	
十	重积分	10	
十一	曲线积分与曲面积分	8	
十二	无穷级数	12	
合计		136	

四、课程教学内容、要求、重难点及设计

第一章 函数与极限

【教学内容】

- 1.映射与函数
- 2.数列的极限

- 3.函数的极限
- 4.无穷小与无穷大
- 5.极限运算法则
- 6.极限存在准则 两个重要极限
- 7.无穷小的比较
- 8.函数的连续性与间断点
- 9.连续函数的运算与初等函数的连续性
- 10.闭区间上连续函数的性质

【教学要求】

- 1.理解函数的概念；掌握函数的表示方法。理解复合函数的概念，了解反函数的概念。了解函数的几种特性：有界性、单调性、奇偶性和周期性。掌握基本初等函数的性质及其图形。了解初等函数的概念，双曲函数与反双曲函数的概念。会建立简单应用问题中的函数关系式。
- 2.理解数列极限的定义，掌握收敛数列的性质、数列收敛的必要条件、收敛数列的唯一性及有界性。
- 3.理解函数极限的定义。理解函数左右极限的概念以及极限存在与左右极限之间的关系。
- 4.理解无穷小、无穷大以及无穷小的阶的概念。
- 5.掌握极限性质及四则运算法则，并会运用极限的复合运算法则及不等式运算法则。
- 6.了解数列收敛的充分条件：夹逼准则及单调有界原理。会熟练运用两个重要极限进行极限运算。
- 7.掌握无穷小比较的概念，会进行无穷小量阶的比较；会利用常见的等价无穷小进行代换。

8.理解函数连续性的概念，会判别间断点的类型。

9.掌握函数的和、差、积、商的连续性，了解反函数与复合函数的连续性定理。理解基本初等函数的连续性，了解初等函数的连续性。会利用初等函数的连续性进行极限运算。

10.理解连续函数的性质：闭区间上连续函数的介值性定理，最大值最小值定理。会利用性质进行简单地证明。

【重点难点】

1.重点：函数概念与性质的掌握；数列极限与函数极限的运算，尤其是利用两个重要极限计算极限；无穷小量与无穷大量概念的理解及运算；会进行无穷小量阶的比较；理解函数连续性的定义及利用函数连续性探讨极限运算。

2.难点：极限定义的理解；无穷小量阶的比较；数列收敛充分条件的使用；函数间断点类型的判定。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法。

第二章 导数与微分

【教学内容】

1.导数概念

2.函数的求导法则

3.高阶导数

4.隐函数及由参数方程所确定的函数的导数、相关变化率

5.函数的微分

【教学要求】

1.深刻理解导数的概念和几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，会用导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性

之间的关系。

2.熟练掌握导数的四则运算法则、反函数、复合函数以及基本初等函数的求导公式。会利用这些公式进行导数运算。

3.理解高阶导数的概念，会求某些简单函数的 n 阶导数。

4.熟练掌握隐函数的求导法则及对数求导法则并会应用；会求由参数方程及极坐标方程所给定的函数的导数。

5.理解微分的概念，了解微分的几何意义。掌握微分的四则运算法则并能熟练计算函数微分，了解一阶微分的形式不变性。了解微分在近似计算及误差估计中的应用并会一些简单应用。

【重点难点】

1.重点：导数及微分的计算，微分的简单应用。

2.难点：复合函数的导数计算，隐函数及由参数方程所确定的函数的高阶导数的计算，微分的近似计算及误差估计。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法。

第三章 微分中值定理与导数的应用

【教学内容】

1.微分中值定理

2.洛必达法则

3.函数的单调性与曲线的凹凸性

4.函数的极值与最大值最小值

5.函数图形的描绘

6.曲率

【教学要求】

1.理解并会用罗尔（Rolle）定理、拉格朗日（Lagrange）定理，

了解并会用柯西 (Cauchy) 定理。

2.熟练掌握洛比达 (L' Hospital) 法则求极限的方法。

3.熟练掌握导数判断函数的单调性的方法;会用导数判断函数的凹凸性;会求函数图形的拐点。

4.理解函数极值、最大值最小值的定义;掌握用导数判断函数极值的方法;掌握函数的最大值和最小值的求法及其简单应用。

5.了解利用导数研究函数的整体性质;会求水平、垂直和斜渐近线,了解描绘函数图形的步骤。

6.了解曲率的概念,会计算曲率。

【重点难点】

1.重点:三个中值定理及应用;洛比达(L' Hospital)法则及应用;函数的单调性、凹凸性、极值运算。

2.难点:拉格朗日 (Lagrange) 定理的应用;洛比达(L' Hospital)法则及应用;涉及函数最大值、最小值的应用题。

【教学方法】

主要用讲授法,结合讨论法、案例教学法等。

第四章 不定积分

【教学内容】

1.不定积分的概念与性质

2.换元积分法

3.分部积分法

4.有理函数的积分

【教学要求】

1.理解原函数与不定积分的概念。

2.掌握不定积分的性质和基本积分公式。

- 3.掌握不定积分的换元积分法。
- 4.掌握不定积分的分部积分法。
- 5.会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分。

【重点难点】

1.重点：不定积分的概念；不定积分的基本公式，不定积分的换元积分法与分部积分法。

2.难点：不定积分的换元积分法与分部积分法；有理函数的积分，无理函数的积分。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第五章 定积分

【教学内容】

- 1.定积分的概念与性质
- 2.微积分基本公式
- 3.定积分的换元法和分部积分法
- 4.反常积分

【教学要求】

1.理解定积分的概念；掌握定积分的性质。理解定积分存在的条件，理解定积分的中值定理。

2.了解定积分与原函数的关系；理解变上限积分的概念和原函数存在定理；掌握牛顿（Newton）——莱布尼兹(Leibniz)公式，并会熟练运用它。

3.掌握定积分的换元积分法及分部积分法。

4.了解广义积分的概念；会计算简单的两类广义积分。

【重点难点】

1.重点：定积分的概念及性质；变上限函数及其求导定理，掌握牛顿(Newton)- 莱布尼兹(Leibniz)公式；定积分的换元积分法与分部积分法。

2.难点：定积分的换元积分法；反常积分计算；变上限函数及其求导定理。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第六章 定积分的应用

【教学内容】

- 1.定积分的元素法
- 2.定积分在几何学上的应用
- 3.定积分在物理学上的应用

【教学要求】

- 1.理解定积分的元素法。
- 2.掌握用定积分表示一些几何量：平面图形的面积、平面曲线的弧长，旋转体的体积与侧面积，平行截面面积为已知的立体的体积等。
- 3.掌握用定积分表示一些物理量：变力沿直线作功，重心，转动惯量、引力、压力等。

【重点难点】

1.重点：利用定积分计算平面图形的面积、曲线的弧长、旋转体的体积、平行截面面积为已知的立体体积；利用定积分计算变力沿直线作功，重心，转动惯量、引力、压力等。

2.难点：元素法的理解；几何体体积计算、物理量的计算。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第七章 微分方程

【教学内容】

- 1.微分方程的基本概念
- 2.可分离变量的微分方程
- 3.齐次方程
- 4.一阶线性微分方程
- 5.可降阶的高阶微分方程
- 6.高阶线性微分方程
- 7.常系数齐次线性微分方程

【教学要求】

- 1.了解微分方程的建立、阶、解、通解、特解和初始条件等概念。
- 2.掌握变量可分离方程的解法。
- 3.掌握齐次方程的解法，了解可化为齐次方程的解法。
- 4.掌握一阶线性方程的解法。知道伯努利方程的形式并了解它的解法。
- 5.掌握几类特殊可降阶的二阶微分方程的解法。
- 6.了解线性微分方程的概念；理解线性微分方程的性质及解的结构。

【重点难点】

- 1.重点：变量可分离方程的解法；齐次方程的解法；一阶线性方程的解法；几类特殊可降阶的二阶微分方程的解法；二阶常系数齐次线性微分方程的解法；简单常系数非齐次线性微分方程的特解。
- 2.难点：用降阶法解决 $y'' = f(x, y')$ $y'' = f(y, y')$ 的解法；用微分方程解决实际问题。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第八章 空间解析几何与向量代数

【教学内容】

- 1.向量及其线性运算
- 2.数量积 向量积 混合积
- 3.平面及其方程
- 4.空间直线及其方程
- 5.曲面及其方程
- 6.空间曲线及其方程

【教学要求】

1.理解空间直角坐标系；理解向量的概念及其表示；掌握向量的线性运算法则；会利用坐标进行向量的线性运算；理解向量的模、方向角、投影的概念；掌握它们的运算。

2.理解向量线性运算、点乘法、叉乘法；了解混合积；了解两个向量垂直、平行的条件，掌握用坐标表达式进行向量各种运算的方法。

3.掌握平面方程及其求法；了解平面之间的夹角定义；会计算点到平面的距离。

4.掌握直线方程的各种形式及其求法；会计算点到直线的距离；会利用平面、直线的相互关系解决有关问题。

5.理解曲面方程的概念；掌握曲面方程的特点；掌握特殊柱面方程；了解二次曲面及其方程。

6.了解空间曲线方程以及空间曲线在坐标面上的投影。

【重点难点】

1.重点：向量的运算（线性运算、点乘法、叉乘法）；两个向量垂直、平行的条件；向量方向余弦、向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算；平面的方程和直线的方程及其求法；曲面方程的概念，常用二次曲面的方程及其图形；以坐标轴为旋转的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。

2.难点：向量的投影；向量的叉乘；空间曲线在坐标面上的投影；几种空间直线方程之间的转换；点到直线的距离；平面的方程和直线的方程及其求法。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第九章 多元函数微分法及其应用

【教学内容】

- 1.多元函数的基本概念
- 2.偏导数
- 3.全微分
- 4.多元复合函数的求导法则
- 5.隐函数的求导公式
- 6.多元函数微分学的几何应用
- 7.方向导数与梯度
- 8.多元函数的极值及其求法

【教学要求】

1.掌握平面点集的一些概念，如邻域、开区域、闭区域、有界集、无界集等。理解二元函数的定义。会求二元函数的定义域，会描述一些函数的图象。了解二元函数极限的定义，会求二元函数的极限。能判别二元函数的极限是否存在。了解二元函数极限与一元函数极

限的区别，极限与累次极限的关系。了解二元函数连续的定义。会求多元函数的不连续点。了解二元函数极限与连续之间的关系，了解有界闭域上连续函数的性质。

2.理解偏导数及其几何意义。能熟练的求出多元函数的偏导数，特别是多元复合函数的偏导数。会求出二元函数的高阶偏导数。

3.理解全微分的概念及意义；会求全微分。知道二元函数在某点可微、两个偏导数存在、连续之间的关系。会用全微分近似计算函数数值。

4.掌握多元复合函数的求导法则并会熟练运用。

5.了解隐函数定理，会求隐函数和隐函数组的偏导数。

6.会求空间曲线的切线方程与法平面方程，会求空间曲面的切平面方程与法线方程。了解一元向量值函数及其导数。

7.理解方向导数、梯度的概念；会计算方向导数与梯度。

8.理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握极值存在的必要条件，知道条件极值从理论上讲可化为普通极值，知道条件极值的充分条件，会用拉格朗日乘数法求函数的条件极值。

【重点难点】

1.重点：向量的运算（线性运算、点乘法、叉乘法）；两个向量垂直、平行的条件；向量方向余弦、向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算；平面的方程和直线的方程及其求法；曲面方程的概念，常用二次曲面的方程及其图形；以坐标轴为旋转的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。

2.难点：向量的投影；向量的叉乘；空间曲线在坐标面上的投影；几种空间直线方程之间的转换；点到直线的距离；平面的方程和直线的方程及其求法。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第十章 重积分

【教学内容】

- 1.二重积分的概念与性质
- 2.二重积分的计算法
- 3.三重积分
- 4.重积分的应用

【教学要求】

- 1.理解二重积分的概念及实际背景，了解二重积分的性质，了解二重积分的中值定理。
- 2.能熟练的运用直角坐标、极坐标方法计算二重积分。
- 3.理解三重积分的概念；了解三重积分的性质；掌握直角坐标及柱面坐标计算三重积分的方法。
- 4.会用二三重积分计算曲面的面积、物体的体积、质量、重心、转动惯量、引力等。

【重点难点】

- 1.重点：二重积分的概念及计算；三重积分的计算。
- 2.难点：重积分化成累次积分；重积分的计算。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第十一章 曲线积分与曲面积分

【教学内容】

- 1.对弧长的曲线积分

2.对坐标的曲线积分

3.格林公式及其应用

【教学要求】

1.理解对弧长的曲线积分的概念与性质；掌握对弧长的曲线积分的计算法。

2.理解对坐标的曲线积分的概念与性质；掌握对坐标的曲线积分的计算。

3.能准确叙述格林公式的条件与结论并能运用它计算曲线积分；理解平面曲线积分与路径无关的等价条件并会应用它计算和证明某些问题；了解求全微分的原函数。

【重点难点】

1.重点：两类曲线积分的计算与应用。

2.难点：两类曲线积分的概念。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

第十二章 无穷级数

【教学内容】

1.常数项级数的概念和性质

2.常数项级数的审敛法

3.幂级数

4.函数展开成幂级数

5.傅里叶级数

6.一般周期函数的傅里叶级数

【教学要求】

1.理解常数项级数的概念，掌握数项级数收敛的基本性质。

2.了解正项级数的收敛准则；掌握比较判别法的使用，会用比值判别法、根值判别法对正项级数进行敛散性的判断。

3.掌握交错级数的莱布尼兹定理；了解无穷级数绝对收敛和条件收敛的概念，以及绝对收敛和条件收敛的关系。

4.了解函数项级数收敛的概念；了解幂级数的收敛性质。会求简单幂级数在收敛域内的和函数，并会由此求出某些简单数项级数的和。

5.了解函数展开为泰勒级数的充要条件，以及函数幂级数展开式的唯一性。掌握 $e^x \sin x$ ， $\cos x \ln(1+x)$ 的麦克劳林展开式。会用它将一些简单函数间接展开成幂级数。

6.了解三角函数系及其正交性。理解傅里叶级数的概念，了解函数展开为傅里叶级数的狄利克雷定理。能将定义在区间 $[-\pi, \pi]$ 及 $[-l, l]$ 上的函数延拓成周期函数并将其展成傅里叶级数。

【重点难点】

1.重点：无穷级数收敛、发散以及和的概念，了解无穷级数基本性质及收敛的必要条件；掌握几何级数和 p -级数的收敛性；正项级数的比较审敛法，正项级数的比值审敛法；交错级数的莱布尼兹定理；无穷级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系；函数项级数的收敛及和函数的概念；掌握比较简单的幂级数收敛区间的求法（区间端点的收敛性可不作要求）；幂级数在收敛区间内的一些基本性质。

2.难点：无穷级数收敛、发散以及和的概念；幂级数在收敛区间内的一些基本性质；函数展开为泰勒级数的充分必要条件；利用 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 的麦克劳林(Macclaurin)展开式将一些简单函数间接展开成幂级数；函数展开为傅立叶(Fourier)级数的狄里克雷

(Dirichlet)条件；定义在 $[-\pi, \pi]$ 及 $[-l, l]$ 的函数展开为傅立叶级数。

【教学方法】

主要用讲授法，结合讨论法、案例教学法等。

五、考核方式及成绩评定

1. 考核性质：考试课

2. 考核方式：平时过程考核+期末综合考核（闭卷）

3. 总成绩评定：平时过程考核成绩+期末综合成绩

(1) 平时过程考核成绩评定：平时成绩占比 40%，包括课堂出勤（20%）课堂表现（30%）、课堂笔记（20%）、作业完成（30%）；

(2) 期末综合成绩评定：期末考试占比 60%。

七、其他说明

本课程标准中的学时分配是参考性的，任课教师在执行时可适当调整，同时根据每学期具体课时安排，课程内容会稍有调整。

执 笔 人：曹帅雷

审 核 人：刘天喜

核准时间：2020 年 8 月